1 ندرس في المعلم المركزي الأرضي حركة نقطة M من سطح الأرض توجد على خط العرض $\lambda = 48°$.

1- عبر عن السرعة v والتسارع a للنقطة M بدلالة شعاع الأرض R والقيمة T لليوم الفَلَكي .

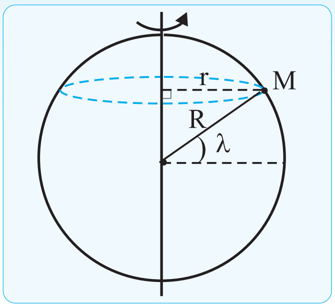
2- أُحسب قيمتي v و a .

3- ما قيمتي v و a بالنسبة لنقطة E من خط الإستواء ؟

4- ما قيمتي v و a بالنسبة لنقطة P من أحد القطبين الجغرافيين ؟

نعطي : $R = 6380$ km و $T = 23$ h 56 min 04 s .

الحل



1- حركة النقطة M دائرية منتظمة شعاع مسارها $r = R.\cos\lambda$

وسرعتها الزاوية $T = \dfrac{2\pi}{\omega}$.

وبالتالي فالسرعة الخطية للنقطة M هي : $v = r\omega = \dfrac{2\pi R}{T}\cos\lambda$.

بما أن حركة M منتظمة ، فإن $a_T = 0$

و $a = \sqrt{a_T^2 + a_N^2} = a_N = \dfrac{v^2}{r} = \dfrac{(r\omega)^2}{r} = r\omega^2$.

ومنه $a = \dfrac{4\pi^2}{T^2}R.\cos\lambda$.

2- سرعة النقطة M هي : $v = \dfrac{2\pi \times 6380 \times 10^3\,m}{86164s}\cos 48° = 311{,}3\ ms^{-1}$.

وتسارع النقطة M هو : $a = \dfrac{4\pi^2}{(86164s)^2} \times 6380 \times 10^3 m \times \cos 48° = 2{,}27.10^{-2}\ m.s^{-2}$.

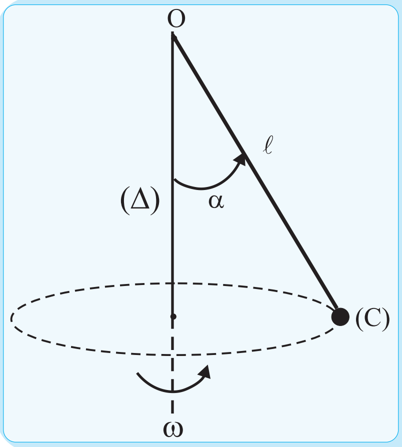
3- تنتمي النقطة E إلى خط الإستواء . إذن $\lambda = 0°$ ، وبالتالي $\cos\lambda = 1$. ومنه $v = \dfrac{2\pi R}{T} = 465{,}2\ m.s^{-1}$

و $a = \dfrac{4\pi^2}{T^2}R = 3{,}39.10^{-2}\ m.s^{-2}$.

4- تنتمي النقطة P إلى أحد القطبين . إذن $\lambda = \pm 90°$ ، وبالتالي $\cos\lambda = 0$. ومنه $v = 0\ m.s^{-1}$ و $a = 0\ m.s^{-2}$.

2 يتكون نواس مخروطي من جسم نقطي (C) كتلته m معلق بخيط كتلته مهملة وطوله ℓ.

حركة هذا النواس دورانية منتظمة حول محور رأسي (Δ) .



1- احسب السرعة الزاوية ω_1 للحركة إذا كان الخيط مائلا بزاوية $\alpha_1 = 30°$ بالنسبة للمحور (Δ) .

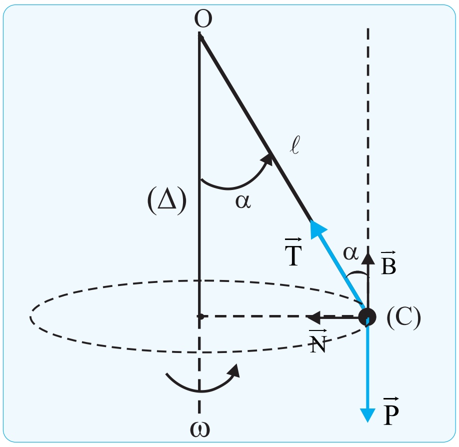
2- ما القيمة α_2 لزاوية الميل إذا تضاعفت السرعة الزاوية ω_1 ؟

نعطي : $g = 9{,}8\ m.s^{-2}$ ، $m = 100$ g ، $\ell = 0{,}8$ m .

الحل

ثلاثي أوجه سيري – فريني (SERRET - FRENET) هو الأساس المتعامد المنظم المباشر $(\vec{T}, \vec{N}, \vec{B})$ حيث $\vec{T}$ المتجهة المماسية و $\vec{N}$ المتجهة المنظمية عند النقطة المتحركة G و $\vec{B} = \vec{T} \wedge \vec{N}$.

1- ندرس حركة الجسم النقطي (C) في مرجع أرضي نعتبره غاليليا .



يخضع الجسم (C) إلى وزنه $\vec{P}$ و إلى توتر الخيط $\vec{T}$.

بما أن حركة (C) دائرية منتظمة ، سنطبق القانون الثاني لنيوتن :

$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}_G$ أي $\vec{P}+\vec{R} = m\vec{a}_G$.

نسقط هذه العلاقة على المحورين $(\vec{C},\vec{B})$ و $(\vec{C},\vec{N})$ لثلاثي أوجه سيري – فريني ، فنجد :

$\begin{cases} 0+T\sin\alpha = m a_N \\ -P+T\cos\alpha = 0 \end{cases}$ حيث $a_N = \frac{v^2}{R}$ و $v = R\omega$ و $R = \ell\sin\alpha$.

إذن $\begin{cases} T\sin\alpha = m\ell\omega^2\sin\alpha \\ T\cos\alpha = mg \end{cases}$ ، وبالتالي $\begin{cases} T = m\ell\omega^2 \\ \cos\alpha = \frac{mg}{T} \end{cases}$

ومنه $\cos\alpha = \frac{g}{\ell\omega^2}$. وهكذا $\omega = \sqrt{\frac{g}{\ell\cos\alpha}}$.

ت.ع : $\alpha_1 = 30°$ إذن $\omega_1 = \sqrt{\frac{9,8}{0,8\cos 30°}}\ rad.s^{-1} = 3,76\ rad.s^{-1}$.

2– إذا كانت $\omega_2 = 2\omega_1$ ، فإن $\frac{\cos\alpha_1}{4} = \frac{g}{4\ell\omega_1^2} = \frac{g}{\ell\omega_2^2} = \cos\alpha_2$.

ت.ع : $\cos\alpha_2 = \frac{\cos 30°}{4} = 0,22$ إذن $\alpha_2 = \cos^{-1}(0,22) = 77,5°$.

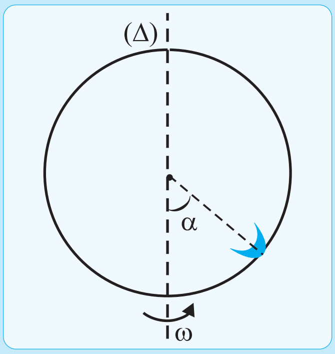
3 يُمكِن لِرمْيَة كتلتها $m = 50\ g$ أن تنزلق بدون احتكاك على حلقة رأسية قطرها $d = 50\ cm$.

تنجز الحلقة حركة دورانية منتظمة حول محور رأسي (Δ) يمر من مركزها O .

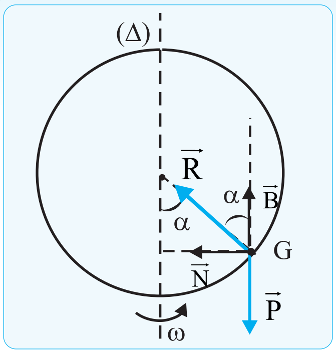
1– تدور الحلقة بالسرعة الزاوية $\omega = 1\ tr.s^{-1}$. احسب قيمة الزاوية α .

2– ما قيمة شدة القوة $\vec{R}$ المطبقة من طرف مجرى الحلقة على الرِّمْيَة ؟

نعطي شدة مجال الثقالة : $g = 9,8\ m.s^{-2}$.



الحل



1– ندرس حركة الرمية في مرجع أرضي نعتبره غاليليا . تخضع الرمية إلى وزنها $\vec{P}$ و إلى تأثير الحلقة $\vec{R}$. بما أن حركة الرمية دائرية منتظمة ، سنطبق القانون الثاني لنيوتن : $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$

أي $\vec{P}+\vec{R} = m\vec{a}$. نسقط هذه العلاقة على المحورين $(\vec{G},\vec{N})$ و $(\vec{G},\vec{B})$ لثلاثي أوجه سيري – فريني ، فنجد : $\begin{cases} R\sin\alpha = m a_N \\ R\cos\alpha = mg \end{cases}$ أي $\begin{cases} R\sin\alpha = \frac{m v^2}{r\sin\alpha} = \frac{m.d.\sin\alpha.\omega^2}{2} \\ R\cos\alpha = mg \end{cases}$

لأن $v = r.\sin\alpha.\omega = \frac{d}{2}.\sin\alpha.\omega$. وبالتالي $\begin{cases} R = \frac{m.d.\omega^2}{2} \\ R\cos\alpha = mg \end{cases}$ ومنه $\cos\alpha = \frac{mg}{R} = \frac{2g}{d\omega^2}$.

ت.ع : $\cos\alpha = \frac{2\times 9,8m.s^{-2}}{0,5m\times(2\pi rad.s^{-1})^2} = 0,993$ إذن $\alpha = \cos^{-1}(0,993) = 6,8°$.

2– من خلال ما سبق : $R\cos\alpha = mg$ إذن $R = \frac{mg}{\cos\alpha}$. ت.ع : $R = \frac{50.10^{-3}kg\times 9,8\ s^{-2}}{\cos 6,8°} = 0,49\ N$.