## الفيزياء

### ثنائي القطب RC

### تمرين 1

مكثف سعته $C=3{,}3\mu F$ نشحنه بواسطة مولد للتوتر المستمر قوته المحرك الكهربائية $E=9V$ . تتم عملية الشحن عبر موصل أومي مقاومته $R=100K\Omega$ .

1. أعط عبارة ثابتة الزمن $\tau$ لهذه الدارة.و بين أن وحدة $\tau$ هي وحدة زمن.
2. أوجد قيمة ثابت الزمن $\tau$ .
3. ما هي قيمة التوتر الكهربائي بين طرفي المكثف 5 ثواني بعد غلق القاطع.
4. ما هي قيمة شدة التيار الكهربائي الذي يمر في المكثف بعد 5 ثواني من غلق قاطع التيار .

### الجواب

1. عبارة ثابتة الزمن هي: $\tau=RC$

نبين أن وحد المقدار $\tau$ هي وحدة زمن لدينا

لدينا $[\tau]=[R].[C]$ وبالتالي $[\tau]=\frac{[U]}{[I]}.\frac{[q]}{[U]}$ وبالتالي: $[\tau]=[t]$ ل $\tau$ حدة زمن.

2. نحسب قيمة ثابتة الزمن بحساب المقدار$RC$

$$\tau=RC=100.10^{3}\times 3{,}3.10^{-6}=0{,}33s=330ms$$

3. طريقة1

قيمة التوتر الكهربائي5 ثواني بعد غلق القاطع تعطى بالعلاقة:

$$U_C=E\left(1-e^{-t/\tau}\right)=9*\left(1-e^{-5/0{,}33}\right)=9$$

الطريقة2 التوتر بين مربطي المكثف يصل إلى النظام الدائم بعد مرور$5\tau$ وهذا يعني $U_c(t)=E$

$5\tau=1{,}65s$ نلاحظ أن $5\tau<5s$ و بالتالي $U_c(t)=9V$

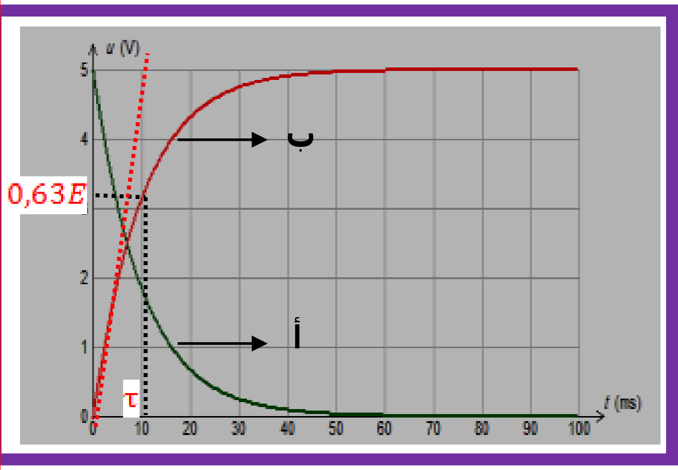
4. في النظام الدائم يكون التوتر بين مربطي المكثف قصويا و التيار الكهربائي منعدم وبما أن التوتر الكهربائي بين طرفي المكثف أصبح يساوي قيمة التوتر المولد فان شدة التيار الكهربائي في الدارة أصبحت منعدمة.

حسب قانون إضافية التوترات لدينا$U_R+U_C=E$ ومنه $U_R=Ee^{-t/\tau}$ وحسب قانون أوم نجد: $i(t)=\frac{E}{R}e^{-t/\tau}$

في النظام الدائم تؤل t الى مانهاية نجد $i(5\tau)=\frac{E}{R}e^{-5\tau/\tau}=0$ ادن التيار الكهربائي ينعدم في النظام الدائم

### تمرين 2

يمثل الشكل جانبه تغيرات $U_C(t)$ التوتر الكهربائي بين مربطي مكثف وتغيرات $U_R(t)$ التوتر بين مربطي الموصل الأومي ذو المقاومة $R=100\Omega$ بدلالة الزمن




1. أعط تركيب الدارة الذي تسمح بتحقيق هذه المتابعة.
2. حدد المنحنى الموافق لتغيرات $U_C(t)$ و المنحنى الموافق لتغيرات $U_R(t)$
3. بتطبيق قانون إضافية التوترات أوجد المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر$U_C(t)$ ثم أعط حلا لها
4. عبر عن $U_R(t)$ بدلالة الزمن محددا $I_0$ قيمةالتيار الكهربائي القصوية ثم تحقق من نتيجة السؤال2
5. حدد قيمة ثابت الزمن $\tau$ لثنائي القطب $RC$ .
6. استنتج سعة المكثف.

## الجواب

### 1. أنظر التركيب التجريبي

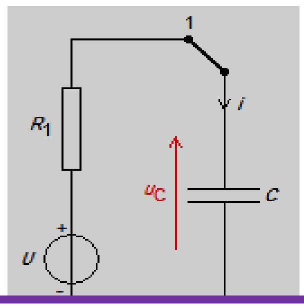
2. المنحنى الموافق لكل توتر

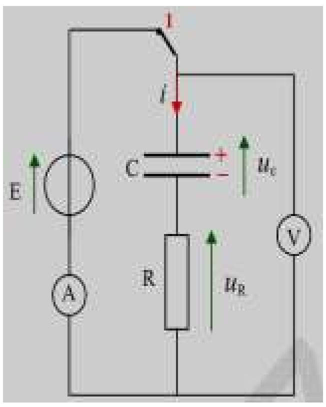
- خلال عملية شحن المكثف يكون التوتر بين مربطي المكثف عند اللحظة t=0s منعدما و التيار الكهربائي قصويا وموجب أي أن التوتر بين مربطي الموصل الأومي يكون قصويا و موجب ادن:
  المنحنى الموافق لتغيرات $U_C(t)$ هو المنحنى (ب) والمنحنى الماقق ل $U_R(t)$ هو المنحنى (ا)
- خلال عملية تفريغ المكثف يكون التوتر بين مربطي المكثف عند اللحظة t=0s قصويا و التيار الكهربائي قصويا وسالب أي أن التوتر بين مربطي الموصل الأومي يكون قصويا و سالب

### 3. المعادلة التفاضلية

بتطبيق قانون إضافية التوترات :

$$u_G(t) = u_R(t) + u_C(t)$$




بتطبيق قانون أوم نجد: $E = R\,.i(t) + u_C(t)$

نعلم $i(t) = \frac{dq(t)}{dt}$ ومنه $E = R\frac{dq(t)}{dt} + u_C(t)$

نعلم أن $q(t) = CU_C$ ادن: $E = R.C\frac{du_C(t)}{dt} + u_C(t)$

المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر $E = R.C\frac{du_C(t)}{dt} + u_C(t)$

حل المعادلة التفاضلية يكتب على الشكل التالي $U_C(t) = Ae^{-\alpha t} + B$

نعوض الحل المقترح في المعادلة التفاضلية

نجد: $Ae^{-\alpha t}(-RC * \alpha + 1) + B = E$ بما أن المقدار E ثابتة ادن لكي تتحقق هده المعادلة يجب أن يكون المقدار $Ae^{-\alpha t}(-RC * \alpha + 1) + B$ ثابت وهدا غير ممكن إلا اذا كان المقدار $-RC * \alpha + 1 = 0$ و بالتالي نجد:

$\alpha = \frac{1}{RC}$ و $B = E$ و بالتالي : $U_C(t) = Ae^{-\frac{t}{RC}} + E$

**الشروط البدئية**

عند اللحظة $t = 0S$ التوتر بين مربطي المكتف منعدم $U_C(0) = 0$ ومنه نجد : $A + E = 0 \Rightarrow A = -E$

في الأخير : $U_C(t) = E(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$

### 4. تعبير $U_R(t)$

$U_C + U_R = E$ ادن: $U_R = -U_C + E$

و منه: $u_R(t) = E\,e^{\frac{-t}{RC}}$

$$i(t) = \frac{u_R(t)}{R} = \frac{E}{R}e^{\frac{-t}{RC}} = I_0\,e^{\frac{-t}{RC}}$$

القيمة القصوية لشدة التيار الكهربائي $I_0 = \frac{E}{R} = \frac{5}{100} = 50mA$ قيمة E تحدد من خلال المنحنى

لدينا $U_C(t) = E(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$ عند اللحظة t=0 نجد: $U_C(0) = 0$ ادن المنحنى (ب) يوافق تغيرات $U_C(t)$

لدينا $U_R = Ee^{-t/\tau}$ عند اللحظة t=0 نجد: $U_R(0) = E$ ادن المنحنى (أ) يوافق تغيرات $U_R(t)$

1. المنحنى المحصل عليه يوافق عملية الشحن أنظر التركيب التجريبي

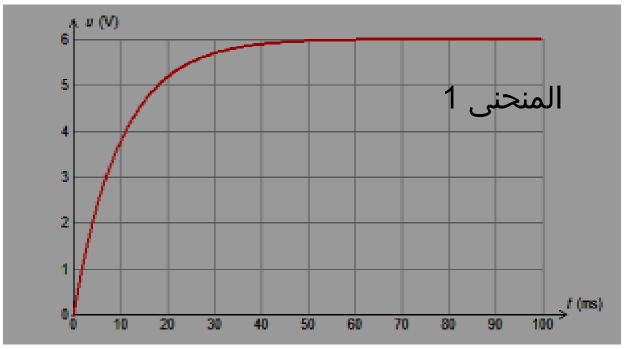
**2011 /2012** — **سلسلة تمارين حول تنائي القطب RC و RL**

### 2. قيمة ثابتة الزمن

من خلال المنحنى τ تمثل أفصول النقطة $0{,}63E$ أنظر المنحنى $\tau = 10ms$ أنظر المنحنى أعلاه

### 3. سعة المنحنى $C$

نعلم أن $\tau = RC$ ومنه $C = \frac{\tau}{R}$ و بالتالي: $C = \frac{10.10^{-3}}{100} = 100\mu F$




## تمرين 3

نركب على التوالي موصل أومي مقاومته R و مكثف سعته C

بواسطة راسم التذبذب نعاين التوتر $U_C(t)$ بين مربطي المكثف فنحصل على المنحنى 1

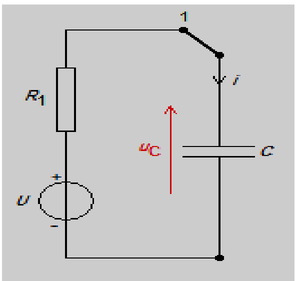
1. اعط التركيب التجريبي الذي يمكن من رسم هذا المنحنى
2. أثبت المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر $U_C(t)$
3. حل المعادلة التفاضلية يكتب على الشكل التالي

$\mathbf{U_C(t) = A(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})}$ أوجد تعبير كل من A وτ بدلالة معطيات الدارة الكهربائية

4. لتكن $t_1$ و$t_2$ اللحظتان اللتان يصل فيهما التوتر$U_C$ على التوالي إلى القيمتين $\frac{20}{100}\mathbf{U_{cmax}}$ و$\frac{90}{100}\mathbf{U_{cmax}}$

1-4. عين مبيانيا $\mathbf{t_1}$ و $\mathbf{t_2}$ ثم استنتج زمن الصعود $\mathbf{t_m = t_2 - t_1}$

2-4. بين أن $\mathbf{t_m = RC.\ln 8}$ واستنتج قيمة سعة المكثف علما أن: $\mathbf{R = 100\Omega}$




### 1. التركيب التجريبي

من خلال المنحنى نلاحظ أن $U_C(0) = 0$ و $U_C(\infty) = E$ وبالتالي المنحنى يوافق حالة الشحن وتركيبه

### 2. المعادلة التفاضلية

بتطبيق قانون إضافية التوترات نجد:

$$U_C(t) + RC\frac{dU_C(t)}{dt} = E$$

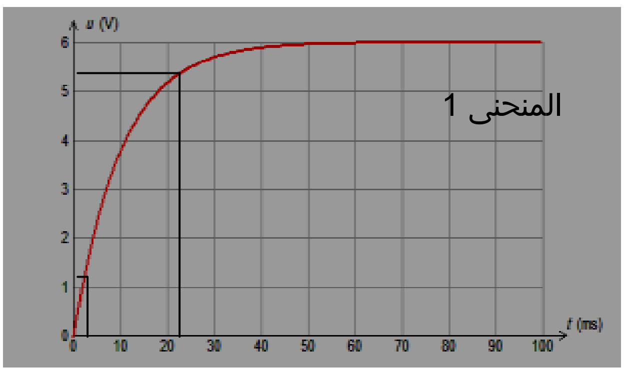
3. حل المعادلة التفاضلية يكتب على الشكل $U_C(t) = A(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$

نعود في المعدلة التفاضلية $\mathbf{A(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) + RC\frac{dA(1-e^{-\frac{t}{\tau}})}{dt} = E}$

نجد: $A = E$ و $\tau = RC$ و منه $\boldsymbol{U_C(t) = E(1 - e^{\frac{t}{\tau}})}$

### 4. تحديد اللحظتان $t_1$ و$t_2$ مع $E = \mathbf{U_{cmax}}$

#### 1-4. اللحظتين $t_1$ و $t_2$




اللحظة التي يصل فيها التوتر إلى: $t_1$

$$U_C(t_1) = \frac{20}{100}U_{cmax} = 1{,}2V$$

اللحظة التي يصل فيها التوتر إلى: $t_2$

$$U_C(t_2) = \frac{90}{100}U_{cmax} = 5{,}4V$$

1-3. مبيانيا $t_1 = 0{,}2ms$ و $t_2 = 22ms$

زمن الصعود $t_m = t_2 - t_1 = 21{,}8ms$

2-4. لنبين $t_m = RC.\ln 8$

عند اللحظة $t_1$ لدينا $U_C(t_1) = \frac{20}{100}E = E(1 - e^{\frac{t_1}{RC}})$ و منه : $e^{\frac{t_1}{RC}} = \frac{20}{100} - 1$

$\frac{t_1}{RC} = ln\frac{8}{10} \Rightarrow t_1 = RC.ln\frac{8}{10}$

عند اللحظة $t_2$ لدينا $U_C(t_2) = \frac{90}{100}E = E(1 - e^{\frac{t_2}{RC}})$ ومنه $e^{\frac{t_2}{RC}} = \frac{90}{100} - 1$

$\frac{t_2}{RC} = ln\frac{8}{10} \Rightarrow t_2 = RC.ln\frac{1}{10}$

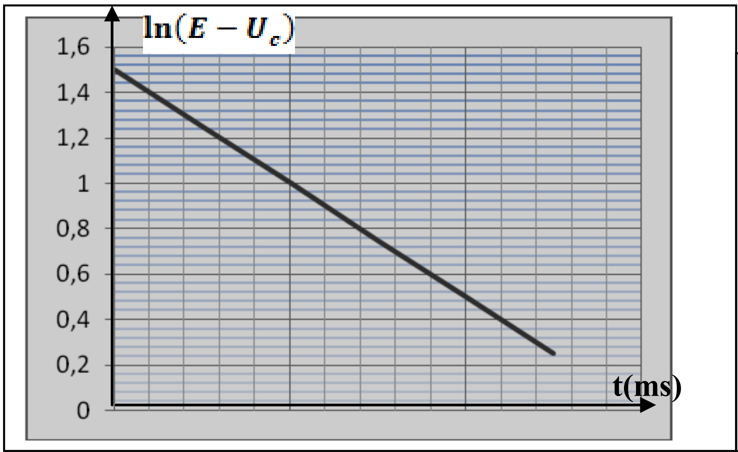
ادن $t_m = t_2 - t_1 = RC.ln8$

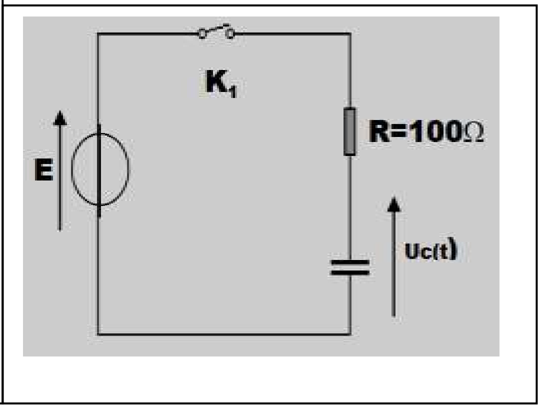
ومنه : $\boldsymbol{C = 104\mu F}$

## تمرين 5

عند لحظة نختارها أصلا لتواريخ، نغلق قاطع التيار الكهربائي **( الشكل أسفله)** فيشحن المكثف عبر موصل أومي مقاومته $\mathbf{R = 100\Omega}$. بواسطة راسم التذبذب ذي ذاكرة نعاين التوتر $U_C(t)$ بين مربطي المكثف فنحصل على المنحنى الممثل أسفله،

1. أثبت المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر $U_C(t)$
2. حل المعادلة التفاضلية يكتب على الشكل التالي $\mathbf{U_C(t) = A(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})}$ أوجد تعبير كل من A و τ بدلالة معطيات الدارة الكهربائية
3. بين أن $\ln(E - U_c) = -\frac{1}{\tau}t + lnE$




4. يمثل منحنى الوثيقة 2 تغيرات $\ln(E - U_c)$ بدلالة الزمن $t$ باستغلال المبيان أوجد قيمة كل من $E$ و τ
5. أحسب النسبة $\frac{E_c}{E_{cmax}}$ حيث $E_c$ للطاقة المخزونة في المكثف عند اللحظة $t = \tau$ و $E_{cmax}$ الطاقة القصوية التي يختزنها المكثف .
6. أحسب قيمة السعة $C_1$ للمكثف الذي يجب تركيبه مع المكثف السابق في الدارة السابقة لتأخد ثابتة الزمن القيمة $\tau_1 = 6\tau$ مبرزا كيفية تركيب هذين المكثفين

### الجواب

1. بتطبيق قانون إضافية التوترات في الدارة نجد $U_C(t) + RC\frac{dU_C(t)}{dt} = E$
2. نعوض في المعادلة التفاضلية $A = E$ و $\tau = RC$
3. حل المعادلة التفاضلية $U_C = E(1 - e^{\frac{t}{\tau}})$ و منه $\frac{E - U_C}{U_C} = e^{\frac{t}{\tau}}$ بتطبيق ln نجد:

$$ln\left(\frac{E - U_C}{U_C}\right) = \ln(E) - \frac{t}{\tau}$$

4. عند اللحظة t=0 لدينا $U_c(0) = 0$ و منه فان $\ln(E) = 1{,}5$ ادن $E = 4{,}48V$

$\tau = \frac{t}{\ln(E) - \ln(E - U_C)}$ و منه عن اللحظة $t = 0{,}5ms$ نجد $\tau = 1ms$

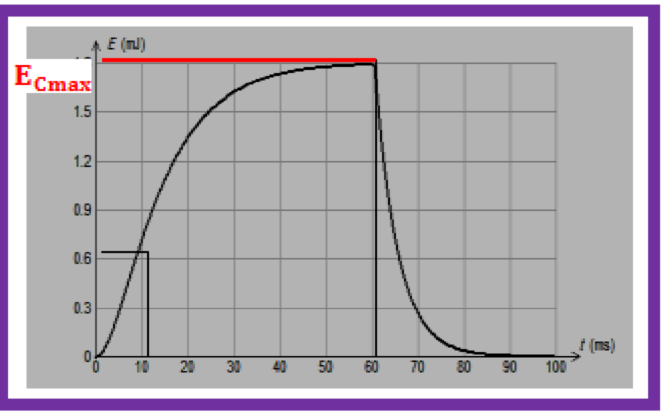
5. حساب نسبة الطاقة الكهربائية $\frac{E_C}{E_{cmax}} = \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)^2$ ت ع $\frac{E_C}{E_{cmax}} = 0{,}4$

6. تحديد $C_1$ لدينا $\tau_1 = 6\tau$ و منه $C_e = 6C$ و بما أن $C_e > C$ فان المكثفين مركبين على التوازي

$$C_1 = C_e - C \Rightarrow C_1 = 50\mu F$$

## 3الدراسة الطاقية

يمثل المنحنى جانبه تغيرات الطاقة المخزونة في المكثف سعته $C = 100\mu F$ خلال عملية الشحن و التفريغ .
نعتبر لحظة غلق قاطع التيار الكهربائي أصلا للتواريخ و لحظة فتحه أصلا جديدا لتواريخ




1. حدد مبيانيا قيمة الطاقة المخزونة في المكثف عند التاريخ $t = 10ms$ و عند التاريخ $t = 70ms$
2. حدد قيمة الطاقة القصوية المخزونة في المكثف $E_{Cmax}$
3. حدد قيمة التوتر بين مربطي المولد
4. عبر عن الطاقة المخزونة في المكثف خلال عملية التفريغ بدلالة الزمن
5. بين أنه يمكن التعبير عن ثابتة الزمن بالعلاقة التالية:

$$\tau = \frac{2t}{\ln\left(\frac{CU_{Cmax}^2}{2E}\right)}$$

6. إستنتج قيمة ثابتة الزمن
7. حدد قيمة مقاومة الموصل الأومي

## الجواب

### 1. قيمة الطاقة المخزونة في المكثف

عند التاريخ $t = 10ms$ الطاقة الموافقة هي $U_c = 0{,}6mj$ أنظر المنحنى

عند التاريخ $t = 70ms$ يكون المكثف في حالة التفريغ ، $E_c = 0{,}3mj$

### 2. الطاقة القصوية المخزونة في المكثف

لدينا $E_{Cmax} = 1{,}8mj$

### 3. حدد قيمة التوتر بين مربطي المولد

لدينا $E_{Cmax} = \frac{1}{2}CU_{Cmax}^2$ وبالتالي $U_C = \sqrt{\frac{2.E_{Cmax}}{C}}$ وبالتالي فان $U_C = 6V$

### 4. الطاقة المخزونة في المكثف خلال عملية التفريغ بدلالة الزمن

لدينا $E_C(t) = \frac{1}{2}CU_C^2(t)$ خلال عملية التفريغ نجد: $U_c(t) = Ee^{-t/\tau}$ نعوض في تعبير في الطاقة :

$$E_C(t) = \frac{1}{2}C\left(Ee^{-t/\tau}\right)^2 \Rightarrow E_C(t) = \frac{C.E^2}{2}e^{-2t/\tau}$$

### 5. تعبير ثابتة الزمن

لدينا $E_C(t) = \frac{C.E^2}{2}e^{-2t/\tau}$ نعلم $E = U_{cmax}$ و بالتالي $\frac{2E_C(t)}{C.U_{Cmax}^2} = e^{-2t/\tau}$ ومنه: $\tau = \frac{2t}{\ln\left(\frac{CU_{Cmax}^2}{2E_C(t)}\right)}$

### 6. قيمة ثابتة الزمن

نعتبر التاريخ $t = 70m$ الطاقة الموافقة هي: $E_c = 0{,}3mj$ ادن:

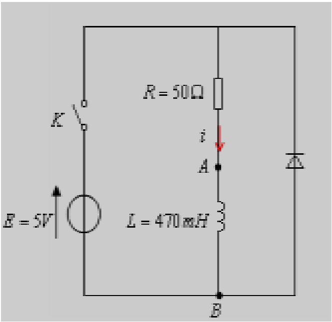
$$\tau = \frac{2t}{\ln\left(\frac{CU_{Cmax}^2}{2E_c}\right)} = \frac{20.10^{-3}}{\ln\left(\frac{10^{-4}.36}{2.3.10^{-4}}\right)} = 11{,}16ms$$

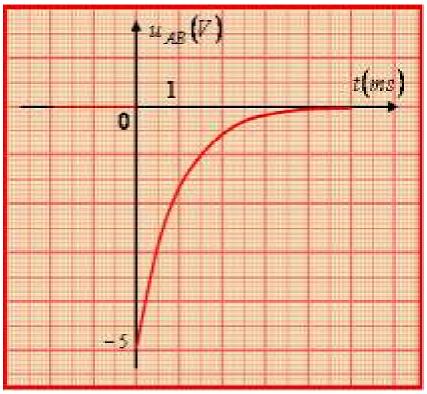
**.7 قيمة مقاومة الموصل الأومي**

نعلم أن $\tau = RC$ ومنه $R = \frac{\tau}{C}$ و بالتالي: $C = \frac{11{,}16.10^{-3}}{10^{-4}} \approx 111\mu F$

## ثنائي القطب RL

### تمرين 1




ننجز الدارة الكهربائية المبينة في الشكل:

في البداية، نعتبر أن القاطع التيار قد أغلق لوقت طويل.

1. أعط عبارة شدة التيار الكهربائي $I_0$ بدلالة مميزات التركيب. أحسب $I_0$.
2. أعط تعبير الطاقة المخزونة في الوشيعة ثم أحسب قيمتها
3. في اللحظة $t = 0$ نفتح القاطع $K$. و نعاين تغيرات التوتر بين مربطي الوشيعة

1-3. حدد المعادلة التفاضلية التي يحققها تيار الكهربائي في الدارة.

2-3. تحقق أن حل المعادلة يكتب على الشكل التالي : $i(t) = \frac{E}{R} e^{-\frac{R}{L}t}$

3-4. استنتج $u_{AB}(t)$ تعبير التوتر بين مربطي الوشيعة

4. لتعيين قيمة ثابتة الزمن لثنائي القطب $RL$ نتبع الطريقة التالية:

ليكن $t_1$ هي اللحظة التي يزداد فيها التوتر $u_{AB}$ بـ $10\%$ بالنسبة لقيمته البدئية و $t_2$ هي اللحظة التي يصل فيها التوتر إلى $90\%$ من قيمته البدئية .

1 .4 عبر عن زمن الصعود الذي نرمز له بـ $t_m = t_2 - t_1$ . بدلالة ثابتة الزمن $\tau$ ،

2 .4 استنتج قيمة ثابتة الزمن $\tau$ ثم قارن هذه القيمة مع القيمة $\tau = \frac{L}{R}$

### الجواب

.1 **تعبير شدة التيار الكهربائي**

في الدارة تعطى بالعلاقة: $I_0 = \frac{E}{R}$ : $I_0 = \frac{5}{50} = 0{,}1A$

.2 تعبير الطاقة القصوية المخزونة في الوشيعة هي: $E_m = \frac{1}{2} L I_0^2$

$$E_m = \frac{1}{2} \times 0{,}47 \times 0{,}1^2 = 2{,}4.10^{-3} j$$

1 .3 بتطبيق قانون اضافية التوترات نجد $u_{AB} + u_R + u_D = 0$

الصمام في هذه الحالة يمرر التيار و هو بذلك يعتبر قاطع مغلق، و يكون التوتر بين طرفيه $u_D = 0$ .

ومنه نكتب: $L\frac{di}{dt} + Ri = 0$ و منه نجد: $\frac{di}{dt} + \frac{R}{L} i = 0$

2 .3 التحقق من أن المعادلة تقبل الحل المقترح، نعوض في المعادلة التفاضلية:

$$\frac{di}{dt}+\frac{R}{L}i=\frac{d\left(\frac{E}{R}e^{-\frac{R}{L}t}\right)}{dt}+\frac{R}{L}\frac{E}{R}e^{-\frac{R}{L}t}=0$$

.3

$$-\frac{E}{R}\frac{R}{L}e^{-\frac{R}{L}t}+\frac{E}{L}e^{-\frac{R}{L}t}=0$$

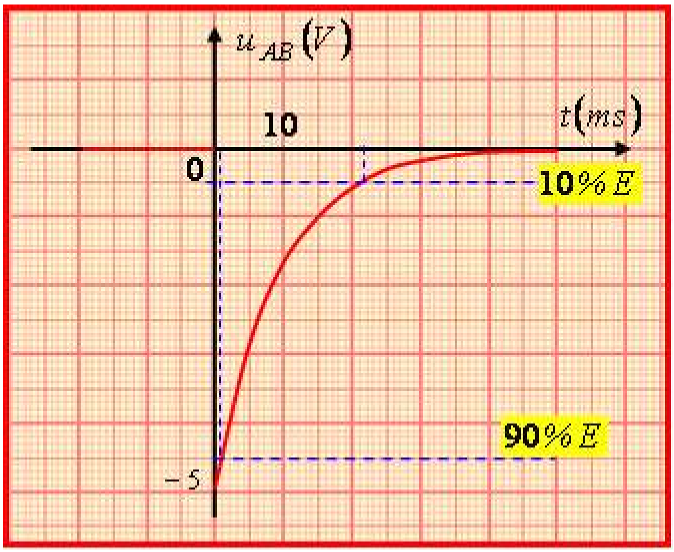
نرى بوضوح أن الحل المقترح يحقق المعادلة التفاضلية.

3 4. عبارة $u_{AB}(t)$ تكون: $u_{AB}(t)=L\frac{di}{dt}$ و منه نجد: $u_{AB}(t)=-Ee^{-\frac{t}{\tau}}$

4. تعبير ثابتة الزمن $\tau=\frac{L}{R}$

المنحنى الذي حصلنا عليه يوافق دالة على الشكل : $u_{AB}(t)=-Ee^{-\frac{t}{\tau}}$

في اللحظة 0s يكون التوتر سالبا و لما $t\to\infty$ يؤول التوتر بين طرفي الوشيعة إلى القيمة صفر.




في اللحظة $t_1$ يكون التوتر بين طرفي الوشيعة قد زاد بـ $10\%$ ، هذا يعني أن قيمته عند هذه اللحظة تمثل :

$$u_{AB}=-90\%E=-0{,}9.E=-Ee^{-\frac{t_1}{\tau}}$$

أي $0{,}9=e^{-\frac{t_1}{\tau}}$ ومنه $t_1=-\tau Ln0{,}9$

في اللحظة $t_2$ يصل التوتر إلى $90\%$ من التزايد، هذا يعني أن قيمته عند هذه اللحظة هي

$$u_{AB}=-10\%E=-0{,}1.E=-Ee^{-\frac{t_2}{\tau}}$$

أي $0{,}1 = e^{-\frac{t_2}{\tau}}$ و هو ما يؤدي إلى $t_2 = -\tau Ln0{,}1$

زمن الصعود يكون: $t_2 - t_1 = \tau(Ln0{,}9 - Ln0{,}1)$ و هو ما يؤدي إلى:

$$t_m = t_2 - t_1 = 2{,}18\ \tau$$

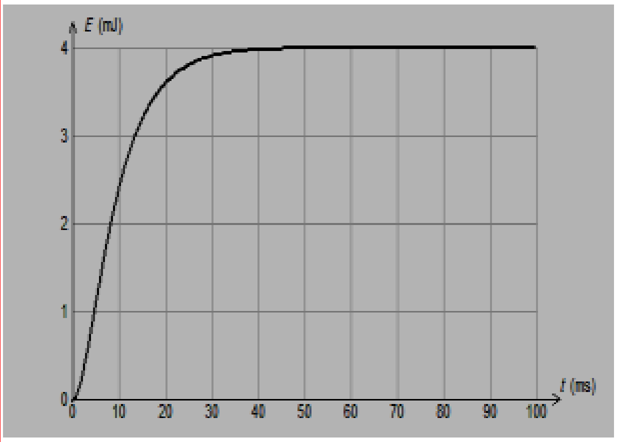
من المنحنى نجد: $t_m = t_2 - t_1 = 21ms$

و منه تكون قيمة ثابتة $\tau = \frac{21}{2{,}18} = 9{,}6ms$

5. قيمة ثابتة الزمن: $\tau = \frac{L}{R} = \frac{0{,}47}{50} = 9{,}4.10^{-3}s = 9{,}4ms$ مساوية للقيمة المحددة منى خلال المنحنى

## تمرين2 الدراسة الطاقية

يمثل المنحنى جانبه تغيرات الطاقة المخزونة في الوشيعة مقاومتها $r$ و معامل تحريضها $L = 200\text{mH}$ خلال إستجابتها لرتبة صاعدة للتوتر عبر موصل أومي مقاومته $R = 30\Omega$




1. حدد مبيانيا قيمة الطاقة المخزونة في الوشيعة عند التاريخ $t = 5ms$ و عند التاريخ $t = 50ms$
2. حدد قيمة شدة التيار القصوية $I_{max}$
3. بين أن تعبير المعادلة التفاضلية هو $i(t) + \tau\frac{di(t)}{dt} = \beta$
4. حدد تعبير كل من $\tau$ و $\beta$
5. عبر عن تغيرات التيار الكهربائي بدلالة الزمن
6. عبر عن $E_m$الطاقة المخزونة في الوشيعة بدلالة الزمن
7. بين أن تعبير ثابتة الزمن بدلالة الزمن هو

$$\boldsymbol{\tau = \frac{-t}{\ln\left(1 - \sqrt{\frac{2E_m(t)}{LI_0^2}}\right)}}$$

8. باستغلالك للمنحنى و تعبير $\tau$ حدد قيمة ثابتة الزمن
9. حدد المقاومة الداخلية للوشيعة ماذا تستنتج ؟

## الجواب

### 1. قيمة الطاقة مبيانيا

عند اللحظة $t = 5ms$ $E_m(t = 5ms) = 1mj$ عند اللحظة $t = 50ms$ $E_m(t = 50ms) = 4mj$

### 2. تحديد $I_{max}$ قيمة شدة التيار القصوية

لدينا $E_{m(max)} = \frac{1}{2}LI_{max}^2$ و بالتالي $I_{max} = \sqrt{\frac{2E_{m(max)}}{L}} = 0{,}2A$

### 3. المعادلة التفاضلية

بتطبيق قانون إضافية التوترات نجد:

$$E = U_L + U_R \Rightarrow E = r.i + L\frac{di}{dt} + R.i$$

$$E = (r+R).i + L\frac{di}{dt} \Rightarrow i + \frac{L}{R_t} * \frac{di}{dt} = \frac{E}{R_t}$$ حيث $R_t = R + r$

اذن: $i+\frac{L}{R_t}*\frac{di}{dt}=\frac{E}{R_t}$ نضع $\tau=\frac{L}{R_t}$ ادن: $\beta=\frac{E}{R_t}$

### 4. تعبير تغيرات شدة التيار الكهربائي

حل المعادلة التفاضلية يكتب على الشكل التالي : $\mathbf{i(t)}=\frac{E}{R_t}(\mathbf{1}-\mathbf{e}^{-\frac{t}{\tau}})$

نضع $I_0=\frac{E}{R_t}$ قيمة شدة التيار الكهربائي القصوية ادن: $\mathbf{i(t)}=I_0(\mathbf{1}-\mathbf{e}^{-\frac{t}{\tau}})$

### 5. تعبير $E_m$الطاقة المخزونة في الوشيعة بدلالة الزمن

لدينا $E_m(t)\frac{1}{2}Li^2(t)$ نعلم أن $\mathbf{i(t)}=I_0(\mathbf{1}-\mathbf{e}^{-\frac{t}{\tau}})$ و بالتالي $E_m(t)\frac{1}{2}LI_0^2(1-e^{-t/\tau})^2$

### 6. تعبير ثابتة الزمن

لدينا $E_m(t)\frac{1}{2}LI_0^2(1-e^{-t/\tau})^2 \Longrightarrow (1-e^{-t/\tau})^2=\frac{2E_m(t)}{LI_0^2}$ و بالتالي $1-e^{-t/\tau}=\sqrt{\frac{2E_m(t)}{LI_0^2}}$

$$e^{-t/\tau}=1-\sqrt{\frac{2E_m(t)}{LI_0^2}} \Longrightarrow -\frac{t}{\tau}=\ln\left(1-\sqrt{\frac{2E_m(t)}{LI_0^2}}\right)$$

وبالتالي فان : $\boldsymbol{\tau}=\dfrac{-t}{\ln\left(1-\sqrt{\frac{2E_m(t)}{LI_0^2}}\right)}$

### 7. تحديد ثابتة الزمن

نعتبر اللحظة $4{,}5ms$ يصل التوتر إلى النظام الدائم حيث$E_m=1mj$ نعوض هذه المقادر في المعادلة السابقة

فنجد $\boldsymbol{\tau}=\dfrac{-4{,}510^{-3}}{\ln\left(1-\sqrt{\frac{2*10^{-3}}{0{,}2*(0{,}2)^2}}\right)}=\mathbf{6{,}52}\boldsymbol{ms}$

### 8. قيمة المقاومة الداخلية

لدينا $\tau=\frac{L}{R+r}$ ومنه $r=\frac{L}{\tau}-R$ ومنه $r=0{,}6\Omega$ ادن يمكن إهمال المقاومة الداخلية